Оглавление

Введение

Один из важнейших показателей эффективности обучения заключается в том, как обеспечивается в процессе обучения психическое развитие ребенка и, в частности, развитие его мыслительных способностей. Следовательно, на уроке по любому предмету, в процессе обучения, необходимо развивать мышление учащихся. Применительно к математике можно сказать, что сам процесс ее изучения должен приводить к умению логически, доказательно мыслить, умению творчески, а не стереотипно, подходить к решению любой задачи.

Настоящая ситуация в школе такова: большинство задач решается по определенным алгоритмам, и быстрое их решение обычно зависит от знания формул и умения их применять. При этом основное усложнение задачи производится за счет увеличения действий решения, усложнения чисел. Многие этапы решения таких задач у учеников приобретает автоматический характер, они не задумываются над каждым из них. Отсюда нерациональное, а иногда и неправильное решение задачи.

Можно выделить следующие причины механического запоминания ряда действий при решении задач:

· выбор метода решения не вызывает трудностей и сомнений;

· решение сводится к одной и той же операции, которая может быть и довольно сложной, но состоящей из ряда элементарных операций;

· эту операцию (ее результат) учащемуся не надо выбирать среди других, которые возможны в сходных условиях;

· предлагаемые задачи являются задачами одного типа, в следствии чего не являются непривычными.

Учащиеся очень быстро перестают применять изученные определения, теоремы, сокращая обоснование решения задачи. Поэтому система заданий должна составляться учителем так, чтобы нарушались вышеуказануые причины, т.к. нарушение хотя бы одной из них приводит к активизации мыслительной деятельности учащихся.

В объяснительной записке программ по математике для общеобразовательных учреждний говорится: «Ведущая роль принадлежит математике в формировании алгоритмического мышления, воспитании умений действовать по алгоритму и конструировать новые». Конструированию нового всегда предшествует исследование. Большим потенциалом в развитии исследовательских умений таких, как умение наблюдать, анализировать, выдвигать и доказывать гипотезу, обобщать и др., безусловно, обладают задачи с параметрами (в частности уравнения и неравенства с параметрами). Данные задачи играют важную роль в формировании логического мышления и математической культуры у школьников. Известен и понятен интерес экзаменационных комиссий ВУЗов к этим задачам: уравнения и неравенства с параметрами — эта тема, на которой проверяется не натасканность ученика, а подлинное понимание материала. Кроме того, учащиеся, владеющие методами решения задач с параметрами, будут более творчески подходить к решению любой задачи.

Но в школьном курсе, как правило, очень мало внимания обращают на такие задачи. Это недостаток школьного обучения.

В курсе алгебры основной школы выделяются следующие основные содержательно-методические линии: линия числа, тождественных преобразований, линия уравнений, неравенств и их систем, геометрическая, алгоритмическая, функциональная линии, а так же появившаяся в последнее время вероятностно-статистическая линия. Однако ограниченность круга задач, предлагаемых в УМК, однотипность алгоритмов, присущих им, уже не может удовлетворять современным потребностям школьного образования. В средней и старшей школе превалирует классический подход к преподаванию не только математики, но и большинства предметов. Это объясняется рядом причин методического и психологического характера, в том числе и отсутствием инструментария реализации задач развивающего образования, необходимого современным учащимся.

Таким инструментарием в курсе математики на мой взгляд может стать содержательно-методическая линия задач с параметрами. Глубокая, богатая идеями и методами — содержательно-методическая линия задач с параметрами как нельзя лучше позволит развить активную творческую деятельность учащегося, его системное мышление, подготовить его к решению действительно творческих задач, которые со временем перед ним поставит сама жизнь.

В своей дипломной работе я хочу объяснить, почему важно включать задачи с параметрами в учебный процесс для развития мышления учащегося, показать на какие психологические особенности подростков необходимо при этом обратить внимание. Также предложить, на мой взгляд, один из самых подходящих учебников, рассматривающий разные виды задач с параметрами как для общеобразовательного класса, так и для класса с углубленным изучением математики, рассмотреть задания из разных школьных тем по алгебре средней школы, предложить задачник, содержащий задачи как для сильных, так и для средних учеников.

Глава | . Психолого-педагогические аспекты при решении задач с параметрами в средней школе

«Все подлежащее усвоению должно быть распределено сообразно сообразно ступеням возраста так, чтобы предлагалось для изучения только то, что доступно восприятию в каждом возрасте» — писал Я.А. Коменский в «Великой дидактике». Учет возрастных особенностей — один из основополагающих педагогических принципов.

1. Особенности развития учеников среднего школьного возраста (10-15 лет)

Старший средний школьный возраст – переходный от детства к юности. Он характеризуется общим подъемом жизнедеятельности и глубокой перестройкой всего организма. В этом возрасте происходит бурный рост и развитие всего организма.

Характерная особенность подросткового возраста – половое созревание организма. У девочек оно начинается с одиннадцати лет, у мальчиков – несколько позже – с двенадцати-тринадцати лет. Половое созревание вносит серьезные изменения в жизнедеятельность организма, нарушает внутреннее равновесие, вносит новые переживания.

В подростковом возрасте продолжается развитие нервной системы. Восприятие подростка более целенаправленно, планомерно и организованно, чем восприятие младшего школьника.

Характерная черта внимания ученика среднего школьного возраста – его специфическая избирательность: интересные уроки или интересные дела очень увлекают подростков, и они могут долго сосредоточиваться на одном материале или явлении. Но легкая возбудимость, интерес к необычному, яркому часто становятся причиной непроизвольного переключения внимания. Оправдывает себя такая организация учебно-воспитательного процесса, когда у подростка нет ни желания, ни времени, ни возможности отвлекаться на посторонние дела.

В подростковом возрасте происходят существенные сдвиги в мыслительной деятельности. Мышление становится более систематизированным, последовательным, зрелым. Улучшается способность к абстрактному мышлению.

Развитие высших психических процессов.

У учащихся средней школы обычно сильно выражено избирательное отношение к учебным предметам. Потребность в значимых для жизненного успеха знаниях — одна из наиболее характерных черт нынешнего школьника.

Восприятие

Восприятие характеризуется целенаправленностью. Заметно развивается и совершенствуется способность переключения и распределения внимания. Последнее, в частности, сказывается в формирующемся умении одновременно слушать объяснения учителя, и вети запись лекции-беседы, следить за содержанием и формой своего ответа.

Память

В этом возрасте происходят новые процессы, связанные с перестройкой памяти. Активно развивается память и скоро достигает такого уровня, что ребенок переходит к преимущественному использованию этого вида памяти, а также произвольной и опосредованной памяти. Процесс запоминания у старших школьников сводится к мышлению, к установлению логических отношений внутри запоминаемого материала, а припоминание заключается в восстановлении материала по этим отношениям.

Мышление

Существенные изменения происходят в мыслительной деятельности учеников средней школы, в характере умственной работы. Ведущей деятельностью в этом возрасте является учеба. Большое значение приобретают уроки-лекции, самостоятельное выполнение практических работ, написание рефератов и докладов. В учении формируется общие интеллектуальные способности, особенно понятийное теоретическое мышление. Это происходит за счет усвоения понятий, совершенствования умения пользоваться ими, рассуждать логически и абстрактно.

Мыслительная деятельность приобретает такой уровень развития процессов анализа и синтеза, теоретического обобщения и абстрагирования, который делает вполне возможной самостоятельную, в известной мере, творческую деятельность в определенных областях. Для юношей и девушек становятся характерными тенденция к причинному объяснению явлений, умение аргументировать, делать выводы, связывать изучаемое в систему. В раннем юношеском возрасте завершается формирование когнитивных процессов и, прежде всего, мышления. В эти годы мысль окончательно соединяется со словом, в результате чего образуется внутренняя речь как основное средство организации мышления и регуляции других познавательных процессов. Интеллект в своих высших проявлениях становится речевым, а речь — интеллектуализированной. Возникает полноценное теоретическое мышление.

Наряду с этим идет активный процесс формирования научных понятий, содержащий в себе основы научного мировоззрения человека в рамках тех наук, которые изучаются в школе. Приобретают окончательные формы умственные действия и операции с понятиями, опирающиеся на логику рассуждений и отличающие словесно-логическое, абстрактное мышление от наглядно-действенного и наглядно-образного. Юность — это период расцвета всей умственной деятельности.

Самостоятельность мышления приобретает определяющий характер и крайне необходима для самоутверждения личности. Взрослые, учителя часто безапелляционно отвергают наивные, односторонние, еще далеко незрелые заключения, создавая своей бестактностью предпосылки для конфликтов и недоразумений[26].

Общая характеристика познавательных процессов.

Познавательные процессы (восприятие, память, мышление, воображение) входят как составная часть в любую человеческую деятельность и обеспечивают ту или иную ее эффективность. Когда говорят об общих способностях человека, то также имеют в виду уровень развития и характерные особенности его познавательных процессов, ибо, чем лучше развиты у человека эти процессы, тем более способным он является, тем большими возможностями обладает. От уровня развития познавательных процессов учащегося зависит легкость и эффективность его учения. Человек рождается с достаточно развитыми задатками к познавательной деятельности, однако познавательные процессы новорожденный осуществляет сначала неосознанно, инстинктивно. Ему еще предстоит развить свои познавательных возможности, научиться управлять ими. Поэтому уровень развития познавательных возможностей человека зависит не только от полученных при рождении задатков (хотя они играют значительную роль в развитии познавательных процессов), но в большей мере от характера воспитания ребенка в семье, в школе, от собственной его деятельности по развитию интеллектуальных способностей.

Познавательные процессы осуществляются в виде отдельных познавательных действий, каждое из которых представляет собой целостный психический акт, состоящий нераздельно из всех видов психических процессов. Но один из них обычно является главным, ведущим, определяющим характер данного познавательного действия. Только в этом смысле можно рассматривать отдельно такие психические процессы, как восприятие, память, мышление, воображение. Познание человека объективной действительности начинается с ощущений и восприятия. Но, начиная с них, познание действительности не заканчивается, а переходит к мышлению[26].

Мышление как психический процесс.

Мышление имеет целенаправленный характер. Необходимость в мышлении возникает, прежде всего, тогда, когда в ходе жизни и практики перед человеком появляется новая цель, новая проблема, новые обстоятельства и условия деятельности. Мышление ребенка зарождается и развивается сначала в процессе наблюдения, которое является не чем иным, как более или менее целенаправленным мыслящим восприятием. Мышление представляет собой активную целенаправленную деятельность, в процессе которой осуществляется переработка имеющейся и вновь поступающей информации — анализ и синтез. Анализ — это выделение в объекте тех или иных его сторон, элементов, свойств, связей, отношений и т.д.; это расчленение познаваемого объекта на различные компоненты. В отличие от анализа синтез предполагает объединение элементов в единое целое. Анализ и синтез всегда взаимосвязаны. Неразрывное единство между ними отчетливо выступает уже в познавательном процессе сравнения. Всякое сравнение предметов начинается с сопоставления или соотнесения их друг с дугом, т.е. начинается с синтеза. В ходе этого синтетического акта происходит анализ сравниваемых явлений, предметов, событий и т.д. — выделение в них общего и различного. Так сравнение ведет к обобщению.

Продуктивное и репродуктивное мышление.

Любое мышление есть искание и открытие нового, самостоятельное движение к новым обобщениям, поэтому по сути всякое мышление всегда является творческим и продуктивным в большей или меньшей степени. В зависимости от степени новизны продукта, получаемого на основе мышления, его делят на продуктивное и репродуктивное. Продуктивное мышление характеризуется высокой новизной своего продукта, своеобразием процесса его получения и существенным влиянием на умственное развитие. Продуктивное мышление учащихся обеспечивает самостоятльное решение новых для них проблем, глубокое усвоение знаний, быстрый темп овладения ими, широту их переноса в относительно новые условия. Репродуктивное мышление характеризуется меньшей продуктивностью, но оно играет важную роль. На основе этого вида мышления осуществляется решение задач знакомой школьнику структуры. Оно обеспечивает понимание нового материала, применение знаний на практике, если при этом не требуется их существенного преобразования. Возможности репродуктивного мышления определяются наличием исходного минимума знаний. Главным признаком продуктивных умственных актов является возможность получения новых знаний в самом процессе, т.е. спонтанно, а не путем заимствования извне.

2. Роль математики, в формировании и развитии интеллектуальных качеств личности

обучение параметр математика задача

Особенности развития высших психических функций в среднем и старшем школьных возрастах, описанные в п. 1 — потенциально возможный уровень, т. е. верхняя планка (как правило) в развитии интеллектуальных процессов.

Достижению этого уровня способствует изучение учеником гуманитарных и естественно-математических дисциплин. Роль математики в этом процессе исключительно велика. Психологическая наука давно пришла к выводу, что лучше всего формировать и развивать мышление в ходе решения задач. В обучении математике они являются и целью, и средством обучения и математического развития школьников. В частности, это относится и к задачам с параметрами.

Задача с параметром представляет собой целую серию однотипных задач, соответствующих всевозможным числовым значениям параметра. Добавление параметра значительно усложняет задачу, т.к. увеличивается ее размерность, появляется «глубина». Решение такой задачи требует системного подхода, целостного представления ситуации. Для решения уравнений (неравенств) с параметрами необходимо умение проводить разветвленные логические построения. При этом необходимо четко и последовательно следить за сохранением равносильности решаемых уравнений (неравенств), учитывая области определения выражений в них входящих. Использование стандартных методов при решении задач с параметрами иногда приводит к неоходимости выполнения очень громоздких вычислений, что существенно затрудняет решение. Такая ситуация, как правило, способствует началу творческих поисков других путей решений, их исследования, направленное на нахождение наиболее рационального, наиболее «красивого» способа решения. Под исследованием в науке понимается изучение какого-либо объекта с целью выявления закономерностей его возникновения, развития, преобразования. В процессе исследования синтезируются имеющиеся знания, накопленный опыт, а также методы и способы изучения объектов.

Из вышесказанного можно сделать вывод, что решение задач с параметрами развивает системное, логическое мышление. Являясь прекрасным материалом для исследовательской работы, решение уравнений (неравенств) с параметрами развивает таке умения как наблюдение, сравнение, обобщение и др.; учит творчески мыслить, способствует развитию гибкости мыслительного процесса и, что очень важно, развивает теоретическое мышление.

<u>Глава</u> <u>||</u> <u>.</u> Содержание «линии задач с параметрами» в программе математики средней школы (7-9 классы) на примере учебников А.Г. Мордковича

Несмотря на то, что программа по математике средней общеобразовательной школы не упоминает в явном виде о задачах с параметрами, было бы ошибкой утверждать, что вопрос о решении задач с параметрами никоим образом не затрагивается в рамках школьного курса математики. Достаточно вспомнить школьные уравнения: ax2 +bx+c=0, y=kx, y=kx+b, tgx=a, в которых a, b, c, k не что иное, что такое параметр, в чем его отличие от неизвестного.

Рассмотрим понятие параметра.

1. Понятие параметра

Параметр (от греческого слова parametron — отмеривающий) — величина, значение которой служат для различения некоторого множества между собой.

Под задачами с параметрами понимают задаси, в которых технический и логический ход решения и форма результата зависят от входящих в условие величин, численные значения которых не заданы конкретно, но должны считаться известными. Изучению задач с параметрами в школе отводится незначительное место, хотя неявно с этим понятием учащиеся сталкиваются, например, при изучении функции y=kx, для этой функции в качестве параметра выступает коэффициент k прямой пропорциональности.

В математике параметры вводятся для обозначения некоторого класса объектов, обладающих общими свойствами. Например, y=log2 x с параметром a определяет класс логарифмических функций. Множеству значений $a > 1$ соответствуют частные логарифмические функции, обладающие одинаковыми свойствами. Множеству значений $0 < a < 1$ так же соответствую обладающие общими свойствами частные логарифмические функции, но уже другого рода. На каждом из этих множеств можно рассматривать параметр как постоянную величину, а при переходе значений параметра из одного множества в другое — как переменную величину.

Если параметру, содержащемуся в уравнении (неравенстве) придать некоторое числовое значение, то возможен один из двух случаев:

1) получится уравнение (неравенство), содержащее лишь данные числа и неизвестные, и не содержащие параметров;

2)получится условие, лишенное смысла.

В первом случае значение параметра называют *допустимым*, во втором — *недопустимым.* При решении задач допустимые значения параметров определяются из конкретного смысла. Например, для $a < 0$ значение выражения $log\ a\ x$ для любого x не определено.

Рассмотрим методическую концепцию подхода к изучению темы «Уравнения с параметром». Итак, что такое уравнение с параметром? Пусть дано уравнение

$F (x , a) = 0$ (1)

Если ставится задача: отыскать такие пары (x,a), которые удовлетворяют данному уравнению, то уравнение (1) — это уравнение с двумя переменными x и a. Однако относительно уравнения (1) можно поставить другую задачу: если придать переменной a какие либо фиксированное значение, то уравнение (1) можно рассматривать как уравнение с олной переменной x. Решения этого уравнения определяются выбранным значением a .

Если ставиться задача для каждого значения a из некоторого числового множества A решить уравнение (1) относительно x, то уравнение (1) называют *уравнение с переменной x и параметром a, а множество A — областью изменения параметра.*

Уравнение (1) — это, по существу, краткая запись семейства уравнений. Уравнения этого семейства получаются из уравнения (1) при различных конкретных значениях параметра *a*.

Так, уравнение **2a(a-1) x = a -2,** у которого область изменения параметра a является множество A={-1;0;1;2;3}, есть краткая запись следующего семейства уравнений:

Под область изменения параметра обычно подразумевают (если не сделано специальных оговорок) множество всех действительных чисел, а задачу решения с уравнения с параметром формулируют следующим образом: решить уравнение (1) (с переменной x и параметром a) — это значит на множестве действительных чисел решить семейство уравнений, получающихся из уравнения (1) при любых действительных значениях параметра.

Ясно, что выписать каждое слово из бесконечного семейства уравнений невозможно. Тем не менее, каждое уравнение семейства должно быть решено. Сделать это можно, если, например, по некоторому целесообразному признаку разбить множество всех значений параметра на подмножества и решить затем заданное уравнение на каждом из этих подмножеств. Для разбиения множества значений параметра на подимножества удобно воспользоваться теми значениями параметра, при которых при переходе через которые происходят *качественные* изменения уравнения (например, квадратное уравнение *ax 2 -7 x +15=0* при a=0 становится линейным уравнением). Такие значения параметра будем называть контрольными.

Все сказанное выше применимо и для решения неравенств с параметрами.

Опыт показывает, что задачи с параметрами являются наиболее сложным в логическом и техническом планах разделом элементарной математики, хотя с формальной точки зрения математическое содержание таких задач не выходит за пределы программы. Все зависит от того, как понимается параметр. С одной стороны, параметр можно рассматривать как переменную, которая при решении уравнений и неравенств считается постоянной величиной, с другой — параметр это величина, численное значение которой не задано, но должно считаться известным, причем параметр может принимать произвольные значения, т.е. параметр, будучи фиксированным, но неизвестным числом, имеет как бы двойственную природу. Во-первых, предполагаемая известность параметра позволяет обращаться с ним как с числом, а во-вторых, степень свободы обращения с параметром ограничивается его неизвестностью.

В каждом из описаний природы параметров имеется неопределенность — на каких этапах решения параметр можно рассматривать как константу и когда он играет роль переменной величины. Все эти противоречивые характеристики параметра могут в самом начале изучения вызвать у учащихся определенные психологические трудности.

В связи с этим на начальном пути знакомства с параметром очень полезно как можно чаще прибегать к наглядно-графической интерпретации полученных результатов. Это не только позволяет преодолеть естественную неуверенность ученика перед параметром, но и дает учителю возможность параллельно, в качестве пропедевтики, приучать учеников при решении задач с параметрами использовать графические приемы доказательства.

Не следует также забывать, что использование хотя бы схематических графических иллюстраций в некоторых случаях помогает определить направления исследований а иногда и позволяет сразу подобрать ключ к решению задачи. Ведь для определенных типов задач даже примитивный рисунок, далекий от настоящего графика, дает возможность избежать различного рода ошибок и более простым способом получить ответ в уравнении или неравенстве. Решение математических задач вообще является наиболее трудной частью деятельности школьника при изучении математики и объясняется это тем, что для решения задач требуется достаточно высокий уровень развития интеллекта высшего уровня, т.е. теоретического, формального и рефлексивного мышления, а такое мышление, как уже отмечалось, еще только развивается в подростковом возрасте.

Вместе с тем трудно переоценить роль задач с параметрами в развитии у школьников пространственных представлений. Они по своей постановке и методам решения не только лучшим образом стимулируют накопление конкретных геометрических представлений, но и развивают способность представлять изображение графика той или иной функции и, более того, уметь мысленно оперировать элементами этого графика. Задачи с параметрами способствуют пониманию учащимися происхождения различных геометрических фигур и графиков функций, возможности их преобразования — все это является важной предпосылкой развития пространственного мышления школьников. Кроме того, эти задачи хорошо развивают логическое мышление, геометрическую интуицию. В процессе решения задач с параметрами учитель может эффективно формировать элементы алгоритмической культуры.

Главная особенность задач с параметрами — ветвления решения в зависимости от значений параметров. Другими словами, процесс решения осуществляется классификаций частных уравнений (неравенств) по типам с последующим поиском решений каждого типа.

Одновременно решение бесконечной совокупности частных уравнений и неравенств с учетом требования равносильности преобразований возможно лишь при развитии достаточного уровня логического мышления. С другой стороны, формирование методов решения уравнений и неравенств с параметрами обеспечивает значительный процесс в развитии математической культуры учащихся. Развивающий характер уравнений и неравенств с параметрами определяется их способностью реализовывать многие виды мыслительной деятельности учащихся:

1. Выработка определенных алгоритмов мышления.

2. Умение определить наличие и количество корней в уравнении.

3. Решение семейств уравнений, являющихся следствием данного.

4. Выражение одной переменной через другую.

5. Нахождение области определения уравнения.

6. Повторение большого объема формул при решении.

7. Значение соответствующих методов решения.

8. Широкое применение словесной и графической аргументации.

9. Развитие графической культуры учащихся.

Все вышесказанное позволяет говорить о необходимости изучения решений задач с параметрами.

2. Тематический анализ учебников А.Г. Мордковича «Алгебра. Задачник 8,9»

8 класс

В учебнике для 8 класса по теме «квадратичная функция», помещены сравнительно простые задания № 483 — № 488, связанные с графиком квадратичной функции. Например:

№ 483. Найдите значение коэффициента с, если известно, что график функции y=x2 +4x+c пересекает ось ординат в точке A(0;2).

Далее следует более сложные задания с похожим содержанием (№ 498 — № 503). Например:

№ 500. При каких значениях коэффициента b и с точка A(1;-2) является вершиной параболы y=x2 +bx+c?

После данной темы рассмтривается графическое решение квадратного уравнения, и даются упражнения, где параметр является правой частью уравнения (№ 518 — № 522). Например:

№ 518. При каком значении p уравнение x2 -2x+1=p имеет один корень?

№ 522. При каких значениях p уравнение x2 +6x+8=p:

а) не имеет корней;

б) имеет один корень;

в) имеет два корня?

Считаю, что одним из заданий с параметром может служить следующее задание, которое способствует навыку нахождения множества допустимых значений параметра (или переменной).

№ 543. При каких значениях а имеет смысл выражение:

а); б); в) -; г) ?

В главе 4 «Квадратные уравнения» понятие параметра впервые появляется в условии заданий №792-795. Например:

№ 793. При каких значениях параметра p уравнение (2p — 3)x2 + (3p — 6)x +p2 — 9 = 0 является:

а) приведенным квадратным уравнением;

б) неполным неприведенным квадратным уравнением;

в) неполным приведенным квадратным уравнением;

г) линейным уравнением?

Затем в §20 «Формулы корней квадратного уравнения» в теоретической части дается определение параметра и уравнения с параметром на примере следующего уравнения: $x2 — (2p + 1)x + (p2 + p — 2) =0$.

Это уравнение отличается от всех рассмотренных до этих пор квадратных уравнений тем, что в роли коэффициентов выступают не конкретные числа, а буквенные выражения и считаются уравнениями с параметрами. В данном случае параметр (буква) p входит в состав второго коэффициента и свободного члена уравнения.

Когда учащиеся решают квадратные уравнения с вычислением дискриминанта, им предлагаются упражнения 820, 821, 838 — 841. Например:

№ 838. ИЗ данных уравнений укажите те, которые имеют два различных корня при любом значении параметра p:

а) $x2 + px = 0$; в) $x2 + px + 5 = 0$;

б) $x2 — px — 5 = 0$г) $px2 — 2 = 0$.

Эти задания сопровождаются заданиями на доказательство (№ 821, 842), например:

№ 842. Докажите, что не существует такого значения параметра p, при котором уравнение $x2 — px + p — 2 = 0$ имело бы только один корень.

При прохождении квадратных уравнений с четным вторым коэффициентом решается упражнение:

№ 953. Решите уравнение:

а) $x2 - 2(a - 1)x + a2 - 2a - 3 = 0$

б) $x2 + 2(a + 1)x + a2 + 2a - 8$

Когда учащися знакомятся с теоремой Виета, выполняются упражнения № 971 и № 972.

№ 971. При каких значениях параметра p сумма корней квадратного уравнения $x2 + (p2 + 4p - 5)x - p = 0$ равно нулю?

В упражнениях № 999 — 1005 помещены похожие задачи:

№ 1000. Дано уравнение $x2 - (p + 1)x + (2p2 + - 9p - 12) = 0$. Известно, что произведение его корней равно -21. Найдите значение параметра p.

Заметим, что задания с параметрами встречаются и в помещенной в учебник контрольной работе №4, а именно:

· докажите, что не существует такого значения k, при котором уравнение $x2 - 2kx + k - 3 = 0$ имеет только один корень.

· дано уравнение $x2 + (p2 - 3p - 11)x + 6p = 0$. Известно, что сумма его корней равна 1. Найдите значение параметра p и корни уравнения.

В§35. «Решение квадратных неравенств» помещены упражнения № 1360 — 1365 с заданием решить квадратное уравнение, которое сводится к решению неравенств.

№ 1360. При каких значениях параметра p квадратное уравнение $3x2 - 2px - p + 6 = 0$:

а) имеет два различных корня;

б) имеет один корень;

в) не имеет корней?

А в № 1366 и № 1367 задания связаны непосредственно с решением неравенств.

№ 1366. При каких целочисленных значениях параметра р неравенство

$(x2 — 2)(x — p) < 0$ имеет три целочисленных решения?

9 класс

В учебнике для 9 класса упражнения с параметрами приводятся сначала в § 1 «Линейные и квадратные неравенства», в № 11, 17 — 19.

№ 11. При каких значениях параметра р квадратное уравнение

$3x2 — 2px — p + 6 = 0$:

а) имеет два различных корня;

б) имеет один корень;

в) не имеет корней?

В § 2 «Рациональные неравенства» заданием с параметром является задание № 50: Найдите такое целое зачение параметра р, при котором множество решений неравенства $x(x + 2)(p — x) \geq 0$ содержит:

а) два целых числа; в) три целых числа;

б) четыре целых числа; г) пять целых чисел.

В § 2 «системы рациональных неравенств» задачами с параметрами являются задачи № 85 — 87.

№ 86. Укажите все значения параметра p, при которых решением системы неравенств является промежуток: а) (5; +∞); б) [3; +∞).

Последний раз задания с параметрами встречаются в главе «Системы уравнений» (№ 117 — 119).

№ 118. При каком значении параметра p система уравнений

имеет одно решение?[15][16][17]

В данном комплекте учебников и задачников достаточно хорошо и полно подобраны задачи с параметрами в каждом классе основной школы. В учебнике 7 класса большое внимание уделяется пропепедевтике уравнений с параметрами. В учебнике для 8 класса при прохождении темы квадратные уравнения» дается достаточно ясное определение параметра и уравнения с параметром.

3. Подбор задач с параметрами по уравнениям и неравенствам для классов с углубленным изучением математики в учебнике А.Г. Мордковича «Алгебра 8»

Шестая глава данного учебника «Алгебраические уравнения» посвящена решению различных видов уравнений. Последним параграфом в этой главе является § 41 «Задачи с параметрами», в кооором подходят к понятию параметра, решя вначале два примера, аналогично тому, как вводится понятие параметра в учебнике для 8 класса на стр. 28.

Пример 1. Решить уравнение x2 — (2p + 1)x + (p2 +p — 2) = 0.

Решение.

В данном квадратном уравнении в роли коэффициентов выступают не конкретные числа, а буквенные выражения. Такие уравнения называют уравнениями с буквенными коэффициентами или уравнениями с параметрами.

Найдем дискриминант:

D = (2p + 1)2 — 4(p2 + p — 2) = (4p2 + 4p + 1) — (4p2 + 4p — 8) = 9

Далее

Ответ: p + 2; p — 1.

В учебнике для углубленного изучения после этого решения помещено следующее замечание.

Данное уравнение можно решить устно, если заметить, что p2 + p — 2 = (p + 2)(p — 1). Переписав уравнение в виде x2 — (2p + 1)x + (p + 2)(p — 1) = 0, легко сообразить (с помощью теоремы Виета), что его корнями служат числа p + 2 и p — 1.

Пример 2. Решить уравнение px2 + (1 — p)x — 1 = 0.

Решение.

Это также уравнение с параметром p, но в отличие от предыдущего примера, его нельзя сразу решать по формуле корней квадратного уравнения. Дело в том, что про заданное уравнение мы пока не можем сказать, является ли оно квадратным.

Если p = 0, то получим линейное уравнение x-1=0, откуда получаем x = 1.

Если p ≠ 0, тогда можно применить формулы корней квадратного уравнения: D = (1 — p)2 — 4p(-1) = 1 — 2p + p2 +4p = (p + 1)2 .

Ответ: если p = 0, то x = 1; если p ≠ 0, то x1 = 1, x2 = -1/p.

В учебнике после этого решения помещено замечание, объясняющее замену выражения выражением p + 1, вместо использования знака модуля |p + 1|. Вторым замечанием к решению этого примера является следующее. Квадратное уравнение px2 + (1 — p)x — 1 = 0 можно было решить, не применяя формулу корней. Достаточно заметить, что значение x1 = 1 удовлетворяет уравнению (при x = 1 получаем p + (1 — p) — 1 = 0 — верное равенство), и воспользоваться теоремой Виета, откуда сразу находится второй корень x2 = -1/p.

Как видно, в учебнике для углубленного изучения математики делается больше ссылок на использование теоремы Виета. Кроме того, в нем переходят к более употребительной для обозначения параметров букве a, в то время как в учебнике для общеобразовательных классов используют букву p.

Затем в рассматриваемом учебнике дается более точное определение понятие параметра, чем в учебнике для общеобразовательных классов, а именно: если дано уравнение f(x,a) = 0, которое надо решить относительно переменной x и в котором буквой обозначено произвольное действительное число, то говорят, что задано уравнение с параметром. Основная трудность, связанная с решением таких уравнений, состоит в следующем. При одних значениях параметра уравнение не имеет корней, при других — имеет; при одних значениях параметра корни находятся по одним формулам, при иных — по другим. Например, при решении примера 2 при p = 0 уравнение решалось как линейное (по одной формуле), а при p ≠ 0 — как квадратное (по другой формуле).

Далее демонстрируется решение линейного уравнения с подобными рассуждениями.

Пример 3. Решить уравнение с параметром a: 2a(a — 2)x = a — 2.

Решение. Обычно корень уравнения bx = c мы легко находим по формуле x = c/b, так как в конкретном уравнении коэффициент b отличен от нуля. В заданном уравнении коэффициент при x равен $2a(a — 1)$, и, поскольку значение параметра a нам неизвестно и в принципе оно может быть любым, следует предусмотреть возможность обращения указанного коэффициента в нуль. Это будет при $a = 0$ или при $a = 2$. Рассмотрим следующие случаи:

1) Если $a = 0$, то уравнение принимает вид $0x = 2$ — это уравнение не имеет корней.

2) Если $a = 2$, то уравнение принимает вид $0x = 0$ — этому уравнению удовлетворяют любые значения x.

3) Если $a \neq 0$, $a \neq 2$, то коэффициент при x отличен от нуля, и следовательно, на этот коэффициент можно разделить обе части уравнения.

Получим

Ответ: 1) если $a = 0$, то корней нет;

2) если $a = 2$, то x — любое действительное число;

3) если $a \neq 0$, $a \neq 2$, то $x = 1/2a$.

Затем в учебнике рассматривается линейное уравнение с модулем, содержащим параметр, и иррациональное уравнение:

Пример 4: Сколько корней имеет уравнение $2|x — a| = x + 1$ при различных значениях параметра a?

Пример 5: Решить уравнение .

Таким образом, в учебнике для 8 класса с углубленным изучением математики задачам с параметрами отводится отдельный параграф, в котором рассматривается широкий класс уравнений с параметрами, а именно линейные и квадратные уравнения, иррациональные уравнения и уравнения, содержащие модуль. Понятие параметра вводится на основе решения примеров. Важно, что в решении уравнений с параметрами дается графическая иллюстрация решения. [19]

Заключение

В данной дипломной работе была реализована намеченная цель — разработать версию обучения учащихся решению задач с параметрами в средней школе.

При написании работы были решены поставленные задачи: изучить психолого — педагогические особенности учащихся, обосновывающие целесообразность обучения умению решать задачи с параметрами, проанализировать подходящее для этого учебное пособие по математике и программу по математике с точки зрения интересующего вопроса, составить версию обучения учащихся решению уравнений и неравенств с параметрами с подборкой основных заданий разного уровня, а также продемонстрировать важность обучения учащихся таким задачам.

Анализ психолого — педагогической литературы выявил особенности развития высших психических функций учащихся среднего школьного возраста.

Было установлено, что задачи с параметрами обладают большим потенциалом в развитии интеллектуальных качеств личности, так как развивают исследовательские способности, учат творчески мыслить, помогают сформировать и развить творческое мышление. Понимая, какое важное значение задачи с параметрами играют в развитии учащихся, и учитывая потенциальные возможности учеников среднего школьного возраста, был сделан вывод, что задачи с параметрами должны включаться в школьный курс математики, начиная с 7 класса. Конечно, уровень сложности предполагаемых заданий должен определяться уровнем подготовки всего класса в целом и каждого ученика в отдельности.

Анализ учебной литературы выявил существенные недостатки в обучении решению задач с параметрами: в общеобразовательных классах данной теме, как правило, уделяется очень мало внимания, изучение очень поверхностное; в математических классах предполагается более глубокое изучение темы, но отсутствуют точные определения рассматриваемых объектов.

В работе выделены задания для проведения отдельных дополнительных занятий, для отстающих и для сильных учеников.

Основной вывод работы — задачи с параметрами должны составлять самостоятельную линию школьного курса математики.

Библиография

Алгебра 7 кл. [Текст] / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, и др.- М.: Просвещение, Московские учебники, 2000.

Алгебра 8 кл. [Текст] / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, и др.- М.: Просвещение, Московские учебники, 2001.

Алгебра 9 кл. [Текст] / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, и др.- М.: Просвещение, Московские учебники, 2002.

Алгебра 7 кл. [Текст]: Учебник / под ред. С.А. Теляковского.- М.: Просвещение, 2003.

Алгебра 8 кл. [Текст]: Учебник / под ред. С.А. Теляковского.-М.: Просвещение, 2003.

Алгебра 9 кл. [Текст]: Учебник / под ред. С.А. Теляковского.- М.: Просвещение, 2003.

Алимов, Ш.А., Алгебра 8 [Текст] / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров.- М.: Просвещение, 2000.

Алимов, Ш.А. Алгебра 9 [Текст] / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров.- М.: Просвещение, 2000.

Амелькин, В.В. Задачник с параметрами [Текст] / В.В. Амелькин, В.А. Рябцевич.- Минск.: Асар, 2002.

Виленкин, Н.Я. Алгебра для 9 класса [Текст]: Учебное пособие для учащихся шк. и кл. с углуб. изучением математики / Н.Я. Виленкин.- М.: Просвещение, 1996.

Галицкий, М.Л. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов [Текст]

/ М.Л. Гаицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич.- М.: Просвещение, 1997.

Горнштейн, П.И. Задачи с параметрами [Текст] / П.И. Горнштейн.- 3-е изд. М.; Харьков: Илекса, Гимназия, 1998.

Дорофеев, Г.В. Математика для каждого [Текст] / Г.В. Дорофеев.- М.: Аякс, 1999.

Кононов, А.Я. Задачи по алгебре [Текст] / А.Я. Кононов.- М.: Просвещение, 1996.

Крутецкий, В.А. Психология математических способностей школьников [Текст] / В.А. Крутецкий.- М.: Просвещение., 1998.

Марциковская, Д.И. Психология развития [Текст] / Д.И. Марциковская.- М.: Академия, 2001.

Мирошин, В.В. Решение задач с параметрами [Текст]: Теория и практика / В.В. Мирошин.- М.: Экзамен, 2009.

Мордкович, А.Г. Алгебра. 7 кл [Текст]: Учебник / А.Г. Мордкович.- М.: Мнемозина, 2001.

Мордкович, А.Г. Алгебра. 8 кл [Текст]: Учебник / А.Г. Мордкович.- М.: Мнемозина, 2001.

Мордкович, А.Г. Алгебра. 8 кл [Текст]: Учебник / А.Г. Мордкович.- М.: Мнемозина, 2001.

Мордкович, А.Г. Алгебра. 8 кл [Текст]: Учебник для кл. с углубл. изуч. математики / А.Г. Мордкович.- М.: Мнемозина, 2001.

Мордкович, А.Г. Алгебра. 7 кл [Текст]: Задачник / А.Г. Мордкович, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская.- М.: Мнемозина, 2000.

Мордкович, А.Г. Алгебра. 8 кл [Текст]: Задачник / А.Г. Мордкович, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская.- М.: Мнемозина, 2001.

Мордкович, А.Г. Алгебра. 9 кл [Текст]: Задачник / А.Г. Мордкович, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская.- М.: Мнемозина, 2001.

Мордкович, А.Г. Беседы с учителем математики [Текст] / А.Г. Мордкович.- М.: Школа — Пресс, 1995.

Муравин, К.С. Алгебра 7 [Текст] / К.С. Муравин, Г.К. Муравин, Г.В. Дорофеев.- М.: Дрофа, 2000.

Муравин, К.С. Алгебра 8 [Текст] / К.С. Муравин, Г.К. Муравин, Г.В. Дорофеев.- М.: Дрофа, 2000.

Мухина, В.С. Возрастная психология [Текст] / В.С. Мухина.- М.: Академия, 1997.

Немов, Р.С. Психология [Текст]: В 3 кн. Кн. 2: Психология образования / Р.С Немов.- М.: Владос, 1998.

Петровский, А.В. Психология [Текст] / А.В. Петровский.- М.: Академия, 1998.

Рубинштейн, С.А. Основы общей психологии [Текст] / С.А. Рубинштейн.- СПб.: Питер, 2000.

Фельдштейн, Д.И. Психология взросления [Текст] / Д.И. Фельдштейн.- М.: Моск. псих.-соц. ин-т, 1999.

Фридман, Л.М. Психологический справочник учителя [Текст] / Л.М. Фридман.- М.: Просвещение, 1991.

Шестаков, С.А. Уравнения с параметрами [Текст] / С.А. Шестаков, Е.В. Юрченко.- М.: Слог, 1993.

Ястребинецкий, Г.А. Уравнения с параметрами [Текст] / Г.А. Ястребинецкий.- М.: Просвещение, 1986.